2準位原子系と電磁界共鳴相互作用における量子カオス

大野稔彦（久留米工大）

量子カオス系を密度行列によって解析することをこころみる。モデルとしてスピンーボゾンの結合系をえらぶ。これは2準位原子系と共鳴電磁場との結合系をあらわすモデルでもある。またこれはレーザー、光と物質の相互作用の基本的な量子系である。ただしレーザーにおけるエネルギーのポンピングは簡単のため考慮しない。量子系では密度行列の行列要素が典型的な時系列運動を表すのでその統計的性質を解析する事を試みる。

スピンーボソン系のハミルトニアンはスピン演算子S^z, S^+, S^-と振動子演算子a^+, a^-によって与えられる。

$$H = \omega_a S^z + \omega_c a^+ a^- - iga^-(S^+ + S^-) + h.c.$$

ω_a と ω_c は原子と振動子の固有角周波数である。密度行列は勿論ハイゼンベルグ方程式に従う。

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho]$$

密度行列は実際には適当な固有状態についての行列要素によって表される。ここではその固有状態としてスピンとボソンの固有状態を取る。結合スピン系の固有状態は回転角運動量の固有状態に等しい。振動子についてはコヒーレント状態を選ぶと行列要素の対角成分のみが現われる。

$$\rho = \sum_{\alpha,m,m'} \rho(\alpha)_{m,m'} |m, \alpha >< m', \alpha|$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho(\alpha)_{m,m'}}{\partial t} &= -i\omega_a \rho(\alpha)_{m,m'} - i\omega_c \rho(\alpha)_{m,m'} \\
&+g(-2i\alpha_y - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \alpha_x} + i\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \alpha_y}) \\
&(C_{m-1}\rho(\alpha)_{m-1,m'} + C_{m+1}\rho(\alpha)_{m+1,m'}) \\
&+g(2i\alpha_y - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \alpha_x} - i\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \alpha_y}) \\
&(C_{m'+1}\rho(\alpha)_{m,m'+1} + C_{m'-1}\rho(\alpha)_{m,m'-1})
\end{aligned}$$

上の式をボゾン変数α_x, α_yで積分すれば半古典スピン方程式が得られる。スピン固有状態についてもコヒーレント状態を選んで密度行列を表示すると密度行列は古典的変数、即ちスピンについてはブロッホ空間の局座標変数θ、ϕの分布関数によって表される。この分布関数はフォッカープランク型の古典系と類似の方程式に従う。

$$\rho = \sum_{\theta,\phi,\alpha} P(\theta, \phi, \alpha) |\theta, \phi, \alpha >< \theta, \phi, \alpha|$$

このような古典－量子対応の可能なことがスピン－ボゾン系の特徴でもある。この系の量子状態の特徴を示すために密度行列要素の方程式の固有値と固有ベクトルを求める。ここで言う固有値、固有ベクトルとはＳｃｈｒｏｅｄｉｎｇｅｒ系のものと異なり、密度行列要素を決定する線形微分方程式の固有値、固有ベクトルを言う。従って図の固有ベクトルの絶対値の表示は対応する行列要素の時間運動の周波数スペクトラムを与える。密度行列によって熱浴からの雑音の効果を導入することができる。そのとき極めて弱い雑音でもシステムの運動には大きな変化を与えるが、固有値、固有ベクトルには大きな変化を与えない。

密度行列の行列要素の時系列データーを以上の固有値と固有ベクトルによって線形変換似よって求める。そのデーターを揺動パラメーター法によって解析し特性関数、分散関数、$\sigma-\alpha$ 特性を求めた。その解析は半古典論によるデーターについても行う。データーはスピンの固有周期ごとに求められた。半古典系と量子系の比較は $\rho_{1,1}$ については可能であるが $\rho_{1,2}$ は量子系では求めることができない。

参考文献

(1)R.Graham and H.Hohnerbach: Phys. Lett. A101(1984)61.

(2)H.Fujisaka: Prog. Theor. Phys. 71(1984)513; H.Fujisaka and M.Inoue: ibid.77(1987)1334.

(3)J.Eidson, and R.F.Fox: Phys. Rev. A 34(1986) 3288.

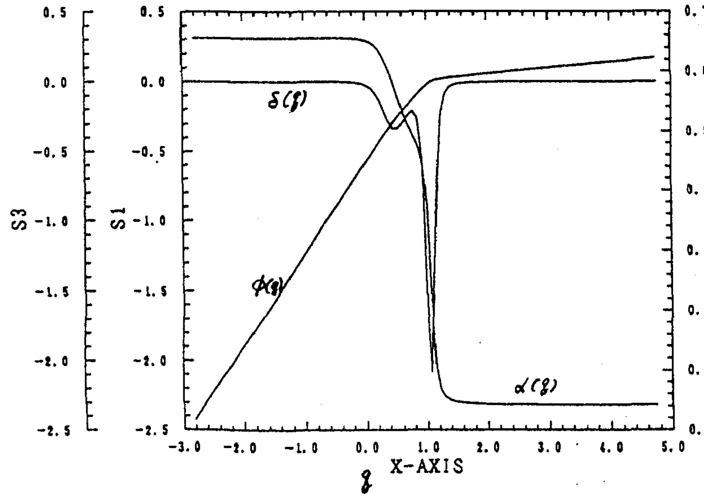

Fig.1 Characteristic function et.al. of Re[$\rho_{1,1}$] for classical system, ω_a=1, ω_c =17711/28657, g=0.5, 32000 data sampled by 64 data.

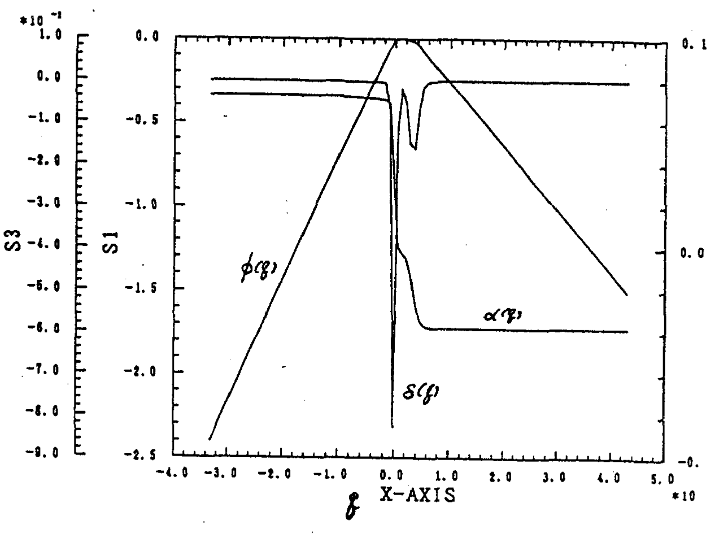

Fig.2 Characteristic function et.al. Re[$\rho_{1,2}$], classical system, ω_a=1, ω_c =17711/28657, g=0.5 32000 data.

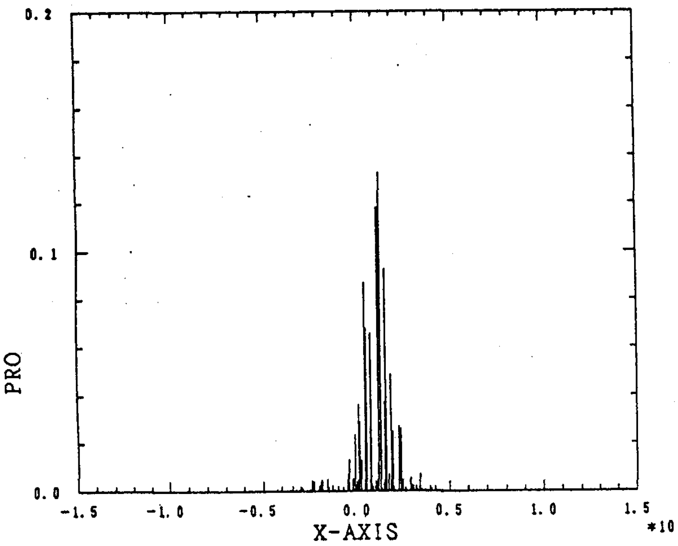

Fig.3 Absolute values of eigenvector for $\rho_{1,2}$, versus eigenvalues.

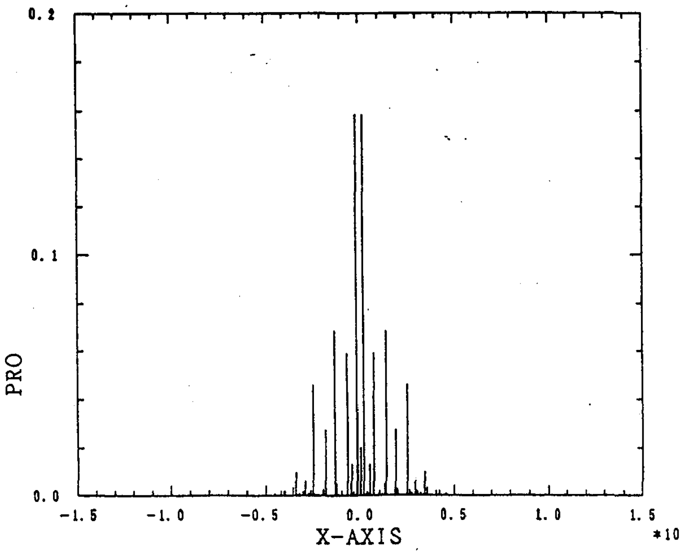

Fig.4 Absolute values of eigenvector for $\rho_{1,1}$, versus eigenvalues.

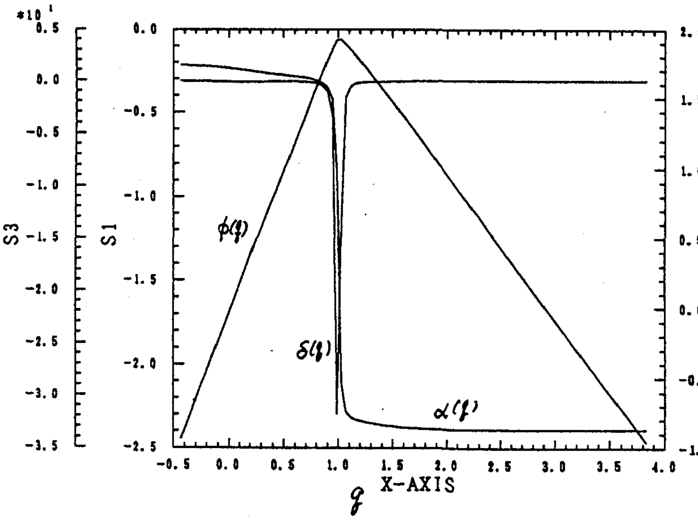

Fig.5 Characteristic function et.al.
Re[$\rho_{1,1}$], quantum system, ω_a=1,
ω_c =17711/28657, g=0.5 32000 data.